

# — Spektralanalyse —

## Protokoll zu Versuch 11

Lotte Höpker, Sven Stöttinger, Daniel Schärf  
Gruppe A4

3. Januar 2006

Abgabe: 10. Januar 2006

**Protkollanten:** Lotte Höpker <hoepker@students.uni-mainz.de>,  
Sven Stöttinger <sstoetti@students.uni-mainz.de>,  
Daniel Schärf <schaerf@students.uni-mainz.de>

**Datum der Durchführung:** 3. Januar 2006

**Datum der Protokollabgabe:** 10. Januar 2006

Dieses Protokoll wurde mit  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$  unter Verwendung des TeXnicCenters erstellt. Dem Textsatz liegt das KOMA-Script von Frank Neukam, Markus Kohm und Axel Kielhorn zu Grunde. Tabellen die mit dem Programm »OPEN OFFICE 2.0« und Graphen die mit dem Programm »ORIGIN« erstellt wurden, sind sowohl in verkleinerter Version direkt in dieses Protokoll integriert worden, als auch in großer Ausührung als Anhang zugefügt. Das Layout wurde zum Teil den Protokollen von Werner Schwalbach (Gruppe A1) entnommen. Der Inhalt stammt natürlich von uns.

Wir bitten eventuell noch enthaltene grammatikalische Fehler, sowie Tippfehler zu entschuldigen.

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Theorie</b>	<b>4</b>
1.1 Bohrsches Atommodell . . . . .	4
<b>2 Aufbau / Durchführung</b>	<b>5</b>
2.1 Versuchsdurchführung . . . . .	5
<b>3 Aufgabenstellung/Auswertung</b>	<b>5</b>
3.1 Aufgabe 1 . . . . .	5
3.1.1 Auswertung . . . . .	5
3.2 Aufgabe 2 . . . . .	7
3.2.1 Auswertung . . . . .	7
3.3 Aufgabe 3 . . . . .	8
3.3.1 Auswertung . . . . .	8
3.4 Aufgabe 4 . . . . .	9
3.4.1 Auswertung . . . . .	9
<b>4 Abschlussbetrachtung</b>	<b>10</b>
4.1 Lineare Regression, sowie deren Fehler . . . . .	10
4.2 Fehlerquellen . . . . .	11
4.3 Fazit . . . . .	11
<b>Anhänge</b>	<b>12</b>
Literatur . . . . .	12
Diagramme und Messwerte . . . . .	13
Diagramm1: Eichgerade - Winkel gegen Wellenlänge . . . . .	13
Original Messdaten . . . . .	14

## 1 Theorie

Werden Atome angeregt so emittieren Licht bestimmter Wellenlängen und erzeugen so ein elementspezifisches Linienspektrum. In diesem Versuch werden die Spektren verschiedener Elemente betrachtet und verglichen.

### 1.1 Bohrsches Atommodell

Zur Beschreibung der Theorie dieses Versuches ist das Bohrsche Atommodell gut geeignet. Nach diesem Atommodell umkreisen in jedem Atom die Elektronen den Kern auf festen Bahnen. Nach Bohr umkreisen die Elektronen (Masse  $m = 9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , Geschwindigkeit  $v_n$ ) den Kern in strahlungsfreien Bahnen (Radius  $r_n$ ) die durch folgende Quantisierungsbedingungen für den Bahndrehimpuls festgelegt sind:

$$L_n = m \cdot v_n \cdot r_n = n \frac{h}{2\pi} \quad (1)$$

$n = 1, 2, \dots$  : Hauptquantenzahl,  $h$  : Plancksches Wirkungsquantum ( $6,6262 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ).  
Aus der Kreisbewegung resultiert eine Zentrifugalkraft

$$F_{zent} = \frac{mv_n^2}{r_n} \quad (2)$$

und das Elektron wird vom Kern mit

$$F_{coul} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \quad (3)$$

angezogen. Bei einer stationären Umlaufbahn kompensieren sich beide Kräfte gerade.

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \quad (4)$$

Die Energie des Elektrons ergibt sich aus Kombination der kinetischen und der Coulomb-Energie.

$$E_n = E_{kin} + E_{coul} = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{me^4}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} \quad (5)$$

Unter Verwendung von (1) und (4) lässt sich diese Gleichung nach

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \quad (6)$$

vereinfachen.  $\epsilon_0$ : Dielektrizitätskonstante des Vakuums  $= 8,85410^{-12} \text{ C}^2 \text{ J}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ).

Die Energie des jeweiligen Zustandes hängt also von  $n^2$  ab.  $n = 1$  ist der Grundzustand des Wasserstoffatoms, angeregte Zustände haben höheren Quantenzahlen  $n > 1$ . Beim Übergang aus einem angeregten Zustand  $n_2$  in einen energetisch tieferliegenden Zustand  $n_1$  wird Strahlung mit der Frequenz

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h} = R_h \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (7)$$

emittiert. Diese Strahlung kann gemessen werden und dies ist die Aufgabe in diesem Versuch.

## 2 Aufbau / Durchführung

### 2.1 Versuchsdurchführung

Die Justage des Spektrometers wurde nicht durchgeführt, da das Spektrometer bereits vorjustiert war. Die Messung des Ablenkungswinkels wird in der Stellung des kleinsten Ablenkungswinkels durchgeführt, da hier der Ablenkungswinkel nur noch von der Wellenlänge abhängt. Für die Messungen mit den unterschiedlichen Spektralröhren wird diese an ein Hochspannungsgenerator angeschlossen und eine so hohe Spannung angelegt, dass sie anfängt zu leuchten. Jetzt wird mit dem Spektrometer für jedes Element der Ablenkungswinkel der einzelnen Spektrallinien gemessen.

## 3 Aufgabenstellung/Auswertung

### 3.1 Aufgabe 1

Eichung des Prismenspektrometers mit Hilfe des angegebenen Quecksilberspektrums.

#### 3.1.1 Auswertung

Gemessene Werte für Hg

Farbe der Spektrallinie	$\alpha_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\lambda^\ominus / \text{nm}$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta\lambda / \text{nm}$
rot	58,53	58,84	58,69	0,16	623,4	621,7	27,0
gelb 1	58,99	59,35	59,17	0,18	579,1	591,0	26,9
gelb 2	59,35	59,50	59,43	0,07	577,0	574,9	24,5
grün	59,55	59,81	59,68	0,13	546,0	558,8	25,1
blaugrün	61,10	61,49	61,30	0,20	491,6	456,7	24,7
blau	61,54	61,82	61,68	0,14	435,8	432,4	22,7
violett	62,01	62,15	62,08	0,07	404,7	407,1	20,9

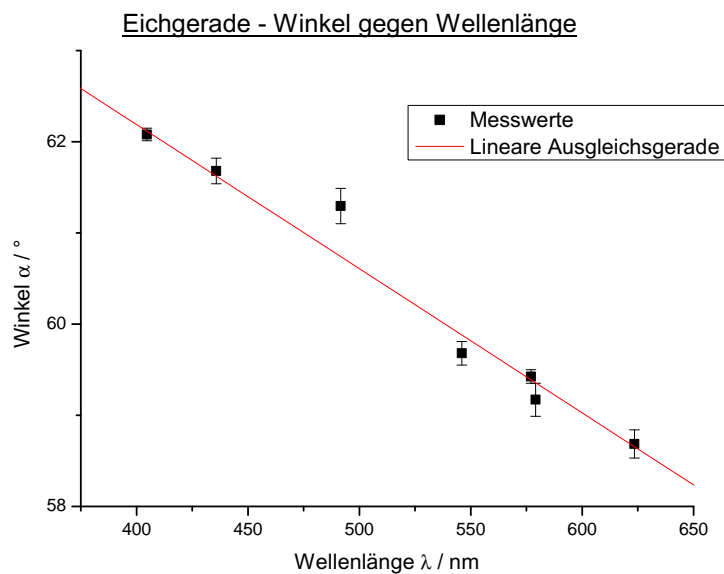
In dieser Tabelle ist  $\lambda^\ominus$  die theoretische Wellenlänge bei dieser Farbe, und  $\lambda$  die aus unserer Eichgerade berechnete, mit dem dazugehörigen Fehler  $\Delta\lambda$ , der sich aus dem Fehler der Regressionsgeraden ergibt, welche wie in Kapitel 4.1 angegeben berechnet wird. Sonstige verwendete Formeln:

$$\alpha_{\text{mittel}} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \quad (8)$$

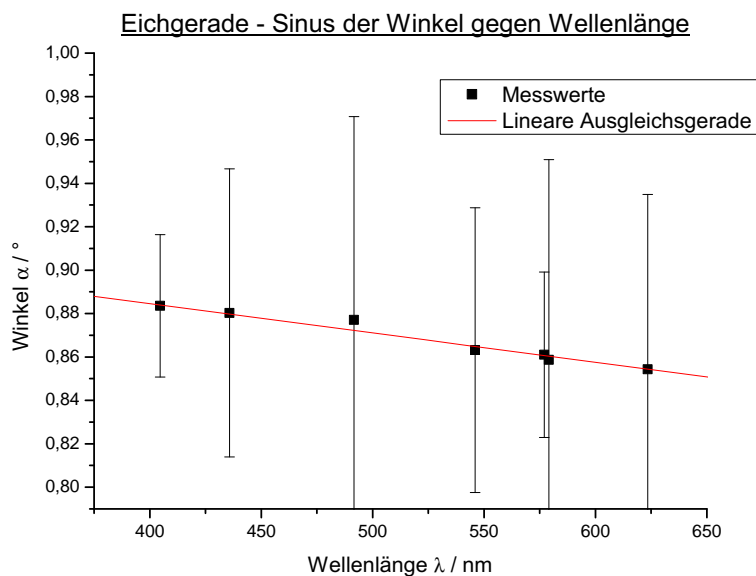
$$\Delta\alpha_{\text{mittel}} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \quad (9)$$

### 3. Aufgabenstellung/Auswertung

Die Auftragung der gemessenen Winkel gegen die Wellenlänge ergab folgendes Bild. Dieser Graph ist an dieser Stelle nur eingefügt um einen groben Überblick zu gestatten, und befindet sich im Anhang auf Seite 13.



Zum Vergleich ist an dieser Stelle der gleiche Graph für die Auftragung gegen den Sinus abgebildet.



### 3. Aufgabenstellung/Auswertung

Wir haben alle Rechnungen mit Hilfe der Eichkurve die ohne den Sinus entstanden ist durchgeführt, da diese Grade eine sehr hohe Genauigkeit aufweist. Des Weiteren bringt die Berechnung über den Sinus ein großes Problem mit sich, da durch sie sehr große Fehler entstehen, die sich durch alle weiteren Berechnungen fortpflanzen. Dies gab keine weiteren Probleme, da die Werte die sich in den beiden Versionen ergaben fast genau gleich waren. Damit ergibt sich unsere Regressionsgerade als

$$y = m \cdot x + b \quad (10)$$

mit  $m = (-0,00014 \pm 0,00024) \frac{^\circ}{nm}$  und  $b = (0,9386 \pm 0,1218)^\circ$

### 3.2 Aufgabe 2

Bestimmung der Wellenlängen (mit Hilfe der Eichkurven) der Emissionsspektren für die folgenden Spektralröhren: H<sub>2</sub>, Ar, Ne, N<sub>2</sub>, He. Diskutieren sie die Unterschiede in den Spektren.

#### 3.2.1 Auswertung

H<sub>2</sub>

Farbe der Spektrallinie	$\alpha_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta\lambda / \text{nm}$
Rot	58,77	58,99	58,88	0,11	609,4	25,8
Gelborange	59,05	59,49	59,27	0,22	584,7	28,0
Blautürkis	60,31	60,49	60,40	0,09	513,3	23,3
Violett	61,15	61,49	61,32	0,17	455,1	23,9

Ne

Farbe der Spektrallinie	$\alpha_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta\lambda / \text{nm}$
Rot 1	58,31	58,50	58,41	0,09	639,4	26,3
Rot 2	58,50	58,59	58,55	0,05	630,5	25,5
Orange	58,59	58,99	58,79	0,20	615,0	28,0
Gelb	58,99	59,11	59,05	0,06	598,6	24,9
Grün1	59,49	59,59	59,54	0,05	567,6	24,1
Grün2	59,85	60,04	59,95	0,09	542,0	24,0
Blau	60,30	60,54	60,42	0,12	512,0	23,8

Ar

Farbe der Spektrallinie	$\alpha_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta\lambda / \text{nm}$
Rot	58,60	58,98	58,79	0,19	615,0	27,7
Gelborange	59,00	59,14	59,07	0,07	597,3	25,0
Grün	59,49	59,99	59,74	0,25	555,0	28,4
Blau-Hellviolett	60,10	60,48	60,29	0,19	520,2	25,8
Blau	61,05	61,48	61,27	0,22	458,6	25,4

### 3. Aufgabenstellung/Auswertung

N<sub>2</sub>

Farbe der Spektrallinie	$\alpha_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{mittel}} / ^\circ$	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta\lambda / \text{nm}$
Rot	58,59	59,00	58,80	0,20	614,7	28,2
Orange	59,00	59,08	59,04	0,04	599,2	24,8
Gelb	59,08	59,32	59,20	0,12	589,1	25,5
Grün1	59,49	59,59	59,54	0,05	567,6	24,1
Grün2	59,59	59,99	59,79	0,20	551,8	26,7
Blau1	60,48	61,09	60,79	0,31	488,9	29,3
Blau2	61,09	61,61	61,35	0,26	453,2	26,9

Für Helium wurden keine Werte aufgenommen, da die Helium-Gasentladungslampe defekt war. Die Unterschiede in den Spektren der verschiedenen Elemente kommt durch die unterschiedlichen Elektronenkonfigurationen und die unterschiedlichen Kernladungen der Elemente zustande. Durch mehr Elektronen in verschiedenen Schalen sind mehr und andere Elektronenübergänge möglich. Bei Übergängen von einem Zustand von höherer Energie in einen Zustand von niedrigerer wird die Energiedifferenz als Licht einer bestimmten Wellenlänge frei. Die Energiedifferenzen hängen von der Kernladung und den Hauptquantenzahlen ab. Liegt diese Wellenlänge im Bereich des sichtbaren Lichts (400-800nm) ist bei der Spektroskopie eine Bande der dazugehörigen Farbe zu erkennen. Jedes Element erzeugt so ein charakteristisches Bandenmuster, das wie ein Fingerabdruck gehandhabt werden kann. Außerdem muss man noch die Streueffekte berücksichtigen, d.h. wenn eine elektromagnetische Welle durch ein Atom oder Molekül tritt, so interferiert es mit der Bewegung der gebundenen Elektronen. Die Energie, die das Atom aussendet, wurde von den gebundenen Elektronen des Atoms aus der einfallenden Welle heraus-absorbiert. Dieser Vorgang wird Streuung genannt. Das besondere an der Streuung ist, dass die gestreuten Wellen eine höhere Intensität aufweisen, wenn die Frequenz der einfallenden Strahlung gleich der Frequenzen des Atomspektrums ist, sogenannte Resonanzfluoreszenz. Bei Mehrelektronensystemen kommt noch hinzu, dass durch die Existenz von mehreren besetzten Orbitalen mehr Energieübergänge möglich sind, was man bei Stickstoff sehr gut erkennen kann. Bei Stickstoff konnte man bei diesem Versuch die meisten Banden erkennen, wobei diese ein fast durchgängiges Spektrum darstellten.

Hierbei sind wir vom Bohrschen Atommodell ausgegangen, was zwar nicht der Wirklichkeit entspricht, für diesen Versuch aber als gute Näherung verwendet werden kann.

### 3.3 Aufgabe 3

Bestimmung der Rydbergkonstante aus dem Wasserstoffspektrum und Vergleich des Wertes mit dem theoretisch berechneten.

#### 3.3.1 Auswertung

Verwendete Formeln:

$$E = \frac{q_1 \cdot c \cdot h}{\lambda} \quad (11)$$

$$\Delta E = \frac{q_1 \cdot c \cdot h}{\lambda^2} \Delta \lambda \quad (12)$$

### 3. Aufgabenstellung/Auswertung

$$R_h = \frac{E}{h \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} \quad (13)$$

$$\Delta R_h = \frac{\Delta E}{h \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)} \quad (14)$$

n	$\lambda / \text{nm}$	$\Delta \lambda / \text{nm}$	$E / \text{eV}$	$\Delta E / \text{eV}$	$E / \text{J}$	$\Delta E / \text{J}$	$R_h / \text{s}^{-1}$	$\Delta R_h / \text{s}^{-1}$
3 auf 2	609,4	25,8	2,03	0,09	$3,26 \cdot 10^{-19}$	$0,14 \cdot 10^{-19}$	$3,54 \cdot 10^{15}$	$0,15 \cdot 10^{15}$
4 auf 2	584,7	28,0	2,12	0,10	$3,40 \cdot 10^{-19}$	$0,16 \cdot 10^{-19}$	$3,69 \cdot 10^{15}$	$0,18 \cdot 10^{15}$
5 auf 2	513,3	23,3	2,42	0,11	$3,87 \cdot 10^{-19}$	$0,18 \cdot 10^{-19}$	$4,21 \cdot 10^{15}$	$0,19 \cdot 10^{15}$
6 auf 2	455,1	23,9	2,72	0,14	$4,36 \cdot 10^{-19}$	$0,23 \cdot 10^{-19}$	$4,74 \cdot 10^{15}$	$0,25 \cdot 10^{15}$

Der gemittelte Wert für die gemessene Rydbergkonstante ist  $4,05 \cdot 10^{15} \pm 0,19 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$

Berechnete Rydbergkonstante aus Literaturwerten:  $3,2898 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$

Der von uns berechnete Wert für die Rydbergkonstante liegt mit  $4,05 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$  23,1% über dem theoretisch berechneten Wert. Damit liegt der theoretische Wert nicht mehr im Fehlerbereich unserer Berechnung. Es ist zu erkennen, dass die einzelnen berechneten Werte für die Rydbergkonstante umso genauer werden je größer die Wellenlänge ist.

### 3.4 Aufgabe 4

Skizze des Energieniveau-Schemas für die Emissionsübergänge des Wasserstoffatoms im sichtbaren Bereich von  $n > 2$  nach  $n = 2$ .

#### 3.4.1 Auswertung

Die Energie der verschiedenen Niveaus beim Wasserstoff berechnet sich nach

$$E = R_h \cdot h \cdot \left( \frac{1}{n^2} \right) \quad (15)$$

n	2	3	4	5	6
Energie / eV	-4,19	-1,86	-1,05	-0,67	-0,47

Skizze der Energieniveaus des Wasserstoff - Balmer Serie

Im Energieniveau-Schema des Wasserstoffs sind die Elektronenübergänge auf  $n=2$  (Balmer-Serie) aufgetragen. Die Energiedifferenzen zwischen den „Schalen“ wird mit größer werdender Hauptquantenzahl immer kleiner, da  $E \propto 1/n^2$ .

## 4. Abschlussbetrachtung

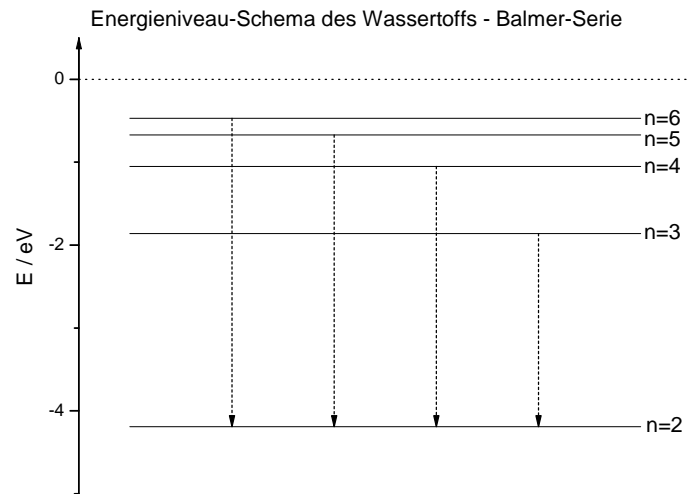


Abbildung 1: Energieniveau-Schema des Wasserstoffs - Balmer-Serie

## 4 Abschlussbetrachtung

### 4.1 Lineare Regression, sowie deren Fehler

Die Lineare Regression wurde mit Hilfe des Programmes Origin durchgeführt, dieses verwendet folgende Formeln:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta y_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{\Delta y_i^2} - \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\Delta y_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\Delta y_i^2}}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta y_i^2} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\Delta y_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta y_i^2}} \quad (16)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta y_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\Delta y_i^2} - \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta y_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{\Delta y_i^2}}{\left( \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\Delta y_i^2} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\Delta y_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\Delta y_i^2}} \quad (17)$$

und die zugehörigen Fehler ergeben sich durch eine Varianz-Kovarianz Matrix.

### 4.2 Fehlerquellen

Die größten Fehlerquellen waren sicherlich die Ungenauigkeit des Ablesens der Skala durch die Helligkeit im Raum und der Breite der Linien. Die Breite der Banden lässt sich durch folgende Ursachen erklären:

- natürliche Linienbreite
- Dopplerverbreiterung
- Stoßverbreiterung

Die natürliche Linienbreite kommt durch die Heisenbergsche Unschärferelation zustande, welche aber im Verhältnis zu den anderen Fehlern einen zu vernachlässigen Maßstab annimmt. Die Dopplerverbreiterung ist im Dopplereffekt begründet und nimmt mit steigender Temperatur zu. (Durch Anlegen der Hochspannung wird eine sehr hohe Temperatur erreicht.) Die Stoßverbreiterung kommt durch intermolekulare Zusammenstöße der Atome zustande. Elastische und unelastische Stöße der Atome können die Linienbreite beeinflussen. Mit steigender Temperatur und steigendem Druck steigt auch die Häufigkeit der Zusammenstöße. Durch die Helligkeit im Raum war ein genaues Ablesen der Bandenränder erschwert.

Man kann erkennen, dass die Rydbergkonstante bei höheren Wellenlängen am genauesten bestimmt werden kann. Dies kommt wahrscheinlich dadurch zustande, dass die roten und gelben Banden besser abgelesen werden konnten, als die blauen bei den gegebenen Lichtverhältnissen. D.h, dass die Grenzen der Banden schärfer und somit besser abzulesen waren. Auch die Ungenauigkeit der Rydbergkonstante ist bei höheren Wellenlängen am kleinsten. Dies liegt wahrscheinlich an der gleichen Ursache.

### 4.3 Fazit

Der Versuch ist von Aufbau her recht einfach und braucht in der Durchführung nicht sehr viel Zeit. Er ist also als anschaulicher Versuch gut durchzuführen, auch wenn der Literaturwert nicht mehr im Fehlerbereich unseres berechnete Wert liegt, ist er trotzdem nicht all zu weit davon entfernt. Wenn man den Versuch in einem abgedunkelten Raum machen würde, könnte man die Ablesegenauigkeit um einiges verbessern. Das Einstellen des Fadenkreuzes im Prismenspektrometer auf eine Liniengrenze ist nicht so einfach. Auch beim Ablesen der Skala ist eine gewisse Übung erforderlich. Die Kalibrierung des Spektrometers erfolgt über zwei zu Deckung zur bringende Eddingstriche und ist damit nicht so genau wie selber kalibriert. Durch die Verschiebbarkeit des Prismas ist nicht zu garantieren, dass dieses sich während der Messungen nicht leicht verschiebt.

## Literatur

- [1] Maskos, Michael; *Scriptum zum PC-Grundpraktikum*, WS05/06 Auflage, Johannes Gutenberg Universität Mainz
- [2] Maskos, Michael; *Scriptum zum Seminar PC-Grundpraktikum*, WS05/06 Auflage, Johannes Gutenberg Universität Mainz
- [3] Atkins, Peter, W.; *Physikalische Chemie*. Dritte, korrigierte Auflage: Wiley-VCH, 2004. - ISBN 3-527-30236-0
- [4] Lide, David R.; *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. Cd-Rom Version 1997.

## Eichgerade - Winkel gegen Wellenlänge

